

Lista nº1: Conjuntos, Combinações e Permutações

Entregue os exercícios marcados com \$ até o dia 15/01 no seguinte e-mail: eduardojanotti@ime.usp.br

Exercício 1 :

\$ Verifique se as afirmações estão corretas e justifique:

- (a) $A \cup B = B \iff A \cap B = A$
- (b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- (c) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

Exercício 2 :

Quantas palavras contendo 3 letras diferentes podem ser formadas com um alfabeto de 26 letras?

Exercício 3 :

\$ De quantos modos diferentes podem ser escolhidos um presidente, um secretário e um tesoureiro de um conselho que tem 12 membros?

Exercício 4 :

Quantos números de 4 dígitos são maiores do que 2400 e:

- (a) Têm todos os dígitos diferentes
- (b) Não têm dígitos iguais a 3, 5 ou 6
- (c) têm as propriedades (a) e (b) simultaneamente

Exercício 5 :

- (a) Qual é a soma dos divisores inteiros e positivos de 720
- (b) De quantos modos 720 pode ser decomposto em um produto de dois inteiros positivos?
- (c) De quantos modos 720 pode ser decomposto em um produto de três inteiros positivos?
- (d) De quantos modos 144 pode ser decomposto em um produto de dois inteiros positivos?

Exercício 6 :

\$ Quantos são os anagramas da palavra CAPÍTULO que:

- (a) começam por consoante e terminam por vogal?
- (b) têm as letras C, A, P juntas nessa ordem?
- (c) têm as letras C, A, P juntas em qualquer ordem?
- (d) têm as vogais e as consoantes intercaladas?
- (e) têm a letra C no 1º lugar e a letra A no 2º lugar?
- (f) têm a letra C no 1º lugar ou a letra A no 2º lugar?

(g) têm a letra C no 1º lugar ou a letra A no 2º lugar ou a letra P no 3º lugar?

Exercício 7 :

De quantos modos r rapazes e m moças podem ser colocados em fila de modo que as moças fiquem juntas?

Exercício 8 :

Uma comissão formada por 3 homens e 3 mulheres deve ser escolhida em um grupo de 8 homens e 5 mulheres.

- (a) Quantas comissões podem ser formadas?
- (b) Qual seria a resposta se um dos homens não aceitasse participar da comissão se nela estivesse determinada mulher?

Exercício 9 :

Quantas diagonais possui um polígono de n lados?

Exercício 10 :

§ Em um torneio no qual cada participante enfrenta todos os demais uma única vez, são jogadas 780 partidas. Quantos são os participantes?

Exercício 11 :

Nove cientistas trabalham num projeto sigiloso. Por questões de segurança, os planos são guardados em um cofre protegido por muitos cadeados de modo que só é possível abri-los todos se houver pelo menos 5 cientistas presentes.

- (a) Qual é o número mínimo possível de cadeados?
- (b) Na situação do item (a), quantas chaves cada cientista deve ter?

Exercício 12 :

Prove, usando um argumento combinatório, que

$$C_m^m C_n^r = C_m^r C_{m-r}^{m-r}$$

Exercício 13 :

C_{1000}^{500} é divisível por 7?

Exercício 14 :

De quantos modos n casais podem formar uma roda de ciranda de modo que cada pessoa permaneça ao lado de seu par?

Exercício 15 :

§ Uma partícula, estando no ponto (x, y) , pode mover-se para o ponto $(x + 1, y)$ ou para o ponto $(x, y + 1)$. Quantos são os caminhos que a partícula pode tomar para, partindo do ponto $(0, 0)$, chegar ao ponto (a, b) , onde $a > 0$ e $b > 0$?

Exercício 16 :

Quantas são as soluções inteiras positivas de

$$x + y + z = 10$$

Exercício 17 :

Quantas são as soluções inteiras positivas de

$$x + y + z < 10$$

Exercício 18 :

De quantos modos podem ser pintados 6 objetos **iguais** usando 3 cores diferentes

Exercício 19 :

§ De quantas maneiras é possível colocar 6 anéis diferentes e, 4 dedos?